

# Differentialrechnung mit einer Variablen

## Implizites Differenzieren

d)  $y = \arcsin x$

$$x = \sin y$$

$$\frac{dx}{dy} = \cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

## e) Logarithmische Ableitung

Beispiele: e1)  $y = x^x$

$$\ln y = x \cdot \ln x \quad \left| \frac{d}{dx} \right.$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = y \cdot (\ln x + 1)$$

$$= x^x \cdot (\ln x + 1)$$

e2)  $y = u \cdot v$

$$\ln y = \ln u + \ln v \quad \left| \frac{d}{dx} \right.$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{1}{u} \cdot u' + \frac{1}{v} \cdot v'$$

$$y' = y \left( \frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} \right) = u'v + uv', \text{ Produktregel}$$

e3)  $y = x^n$

$$\ln y = n \cdot \ln x \quad \left| \frac{d}{dx} \right.$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{n}{x}$$

$$y' = y \cdot \frac{n}{x} = x^n \cdot \frac{n}{x} = n \cdot x^{n-1}$$

e4)  $y = a^x$

$$\ln y = x \cdot \ln a \quad \left| \frac{d}{dx} \right.$$

$$\frac{y'}{y} = \ln a$$

$$y' = y \cdot \ln a = a^x \cdot \ln a$$